

平行平板間流れにおける進行波状体積力による摩擦抵抗低減効果の線形解析

Linear Analysis of Drag Reduction by Traveling Wave-Like Body Force in Channel Flow

守 裕也, 慶大院, 〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1, E-mail: hiroyamamori@z5.keio.jp

深渦康二, 慶大, 〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1, E-mail: fukagata@mech.keio.ac.jp

オプフナー・ジェローム, 慶大, 〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1,

E-mail: jerome@fukagata.mech.keio.ac.jp

小尾晋之介, 慶大, 〒223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1, E-mail: obsn@mech.keio.ac.jp

Hiroya Mamori, Dept. Mech. Eng., Keio Univ., 3-14-1, Hiyoshi, Yokohama 223-8522

Koji Fukagata, Dept. Mech. Eng., Keio Univ., 3-14-1, Hiyoshi, Yokohama 223-8522

Jerome Hoepffner, Dept. Mech. Eng., Keio Univ., 3-14-1, Hiyoshi, Yokohama 223-8522

Shinnosuke Obi, Dept. Mech. Eng., Keio Univ., 3-14-1, Hiyoshi, Yokohama 223-8522

A linear analysis is made for the skin-friction drag reduction in channel flow by traveling wave-like surface heating/cooling. The analysis reveals that downstream traveling waves can reduce the skin-friction drag. The buoyancy force induced by the surface traveling wave creates the disturbance fields of velocities, pressure and temperature. Due to a subtle effect of fluid viscosity, a phase lead of streamwise velocity disturbance (u') is induced. Therefore, the phases of u' and v' (wall-normal velocity disturbance) depart from quadrature, inducing a non-zero Reynolds shear stress near the walls, resulting drag reduction effect.

1. 背景・目的

近年、環境に関する様々な問題の深刻化の解決策の一つとして、エネルギーの効率利用を狙った流体抵抗の低減が注目されている。流体抵抗は圧力抵抗と摩擦抵抗とに分けられるが、前者については形状最適化により、新幹線の先端形状など、すでに実用化されている。しかし、後者については流体中に添加物を加える方法⁽¹⁾や、フィードバック制御⁽²⁾、壁面振動による制御⁽³⁾などがあるが、実用化までに至っている制御手法は少ない。

乱流では摩擦抵抗が著しく増加することが知られており、たとえば飛行機では全抵抗の約 50%、潜水艦では 90%、パイプラインでは 100% を占めるとも言われている⁽⁴⁾。何らかの制御により層流値まで摩擦抵抗値を減らすことができれば、摩擦によるエネルギー損失の大幅な低減が期待される。

平行平板間流における層流摩擦抵抗値 ($D_{lam} = 2$) からの増分 ΔD は、Fukagata ら⁽⁵⁾ によって以下のように厳密に表わされることが示された。

$$\Delta D = \frac{3}{2} \text{Re} \int_{-1}^1 (-\overline{u'v'})(-y)dy \quad (1)$$

ここで Re はチャンネル中心速度と半幅で定義されたレイノルズ数、 $-\overline{u'v'}$ はレイノルズせん断応力、 y は両壁面の中心を原点とした壁面方向の座標である。式 (1) は摩擦抵抗値の層流から見た増分がレイノルズせん断応力の重み付き積分で表わされることを示している。

この知見をもとに、Min et al.⁽⁶⁾ は上流への進行波状吹出し・吸込みを行うことで、摩擦抵抗値を層流値以下にできることを示した。彼らは線形攪乱方程式を解き速度攪乱を求め、式 (1) により ΔD を得る手法を用いており、その結果は直接数値シミュレーションによって確かめられている。また、摩擦抵抗値が層流値からずれる原因について、壁面付近で流れ方向速度攪乱の位相のずれによるものと報告した。この制御手法は、予め壁面から制御を加えるプレデターミンド制御であるため、フィードバック制御で用いられるようなセンサを必要としない利点がある。また、添加物を加える手法に比べ環境負荷も小さい。しかし、進行波状吹出し・吸込みを実現する機構は簡単ではなく、そのまま

実用化することは難しいと考えられる。

そこで本研究では進行波状体積力による制御に注目する。即ち、壁面近傍で吹出し・吸込みと同様の流体運動を生じさせることで、摩擦抵抗低減効果を期待する。ここでは、体積力の一つとして浮力を選んだ。この進行波状浮力は、壁面において進行波状加熱・冷却を行うことで発生させる。この機構は工学的に単純であり、さらに制御も容易になる利点がある。

本研究では、進行波状加熱・冷却により発生した浮力の摩擦抵抗低減への寄与を調べることを目的とする。制御効果は線形解析と式 (1) を用いて予測する。

2. 線形解析

Figure 1 に解析対象とした二次元平行平板間流を示す。ここで * は固定座標系での無次元量を示し、無次元化には有次元のチャンネル半幅、チャンネル中心速度、進行波状加熱・冷却の温度振幅を用いた。制御入力は進行波状加熱・冷却であり、上壁面 (T_{w+}^*) と下壁面 (T_{w-}^*) で温度位相が反転する varicose モードでは、壁面温度は

$$T_{w\pm}^* = \mp \cos(k(x^* - ct^*)) \quad (2)$$

と表わされる。ここで、 k は無次元波数、 c は無次元位相速度である。基礎流れは層流ポアズイコ流 ($U(y) = 1 - y^{*2}$) と仮定した。

流れの支配方程式は、無次元化された連続の式、Navier-Stokes 方程式、エネルギー式である。浮力項にはブシネスク近似を用いた。進行波状加熱・冷却による攪乱は基礎流れに影響を与えないと仮定し、二次の攪乱成分は微量量として無視する線形化を支配方程式に施す。また、進行波状加熱・冷却 (式 (2)) とともに移動する座標系へ変換 ($x = x^* - ct^*$, $y = y^*$, $t = t^*$, $T = T^*$) する⁽⁷⁾。これにより非定常項は

$$\frac{\partial}{\partial t^*} = \frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x} \quad (3)$$

となり、移動座標系では場が定常となることから右辺第一項を消去できる。さらに、 x 方向には周期的であるとして、攪乱成分 f' に対して

$$f' = \Re[\hat{f} \exp(ikx)] \quad (4)$$

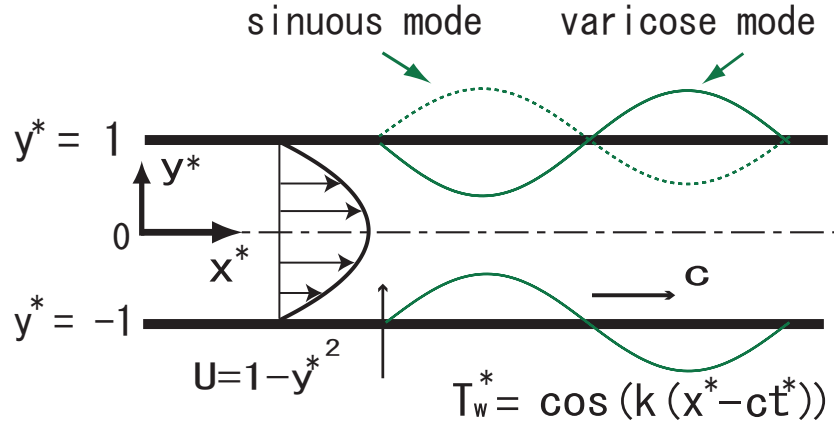


Fig. 1 The coordinate system and the control input as the traveling wave-like surface heating/cooling.

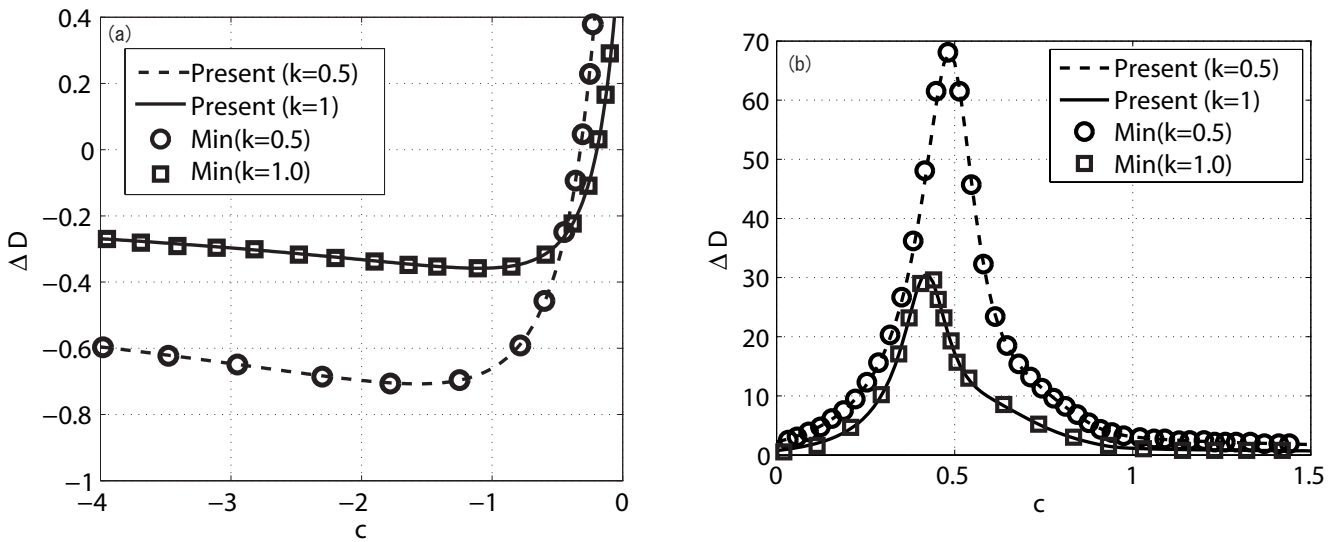


Fig. 2 The drag increment, ΔD , by the traveling wave-like surface blowing/suction as a function of wavespeed, c ; (a) upstream traveling wave, (b) downstream traveling wave. (For comparison with the case of heating/cooling.)

となるフーリエ変換を行った。ここで、 \Re は実数部分、 \hat{f} は f のフーリエ成分を示す。

以上により、線形攪乱方程式は

$$ik\hat{u} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

$$L_1 \hat{u} + \frac{\partial U}{\partial y} \hat{v} + ik\hat{p} = 0, \quad (6)$$

$$L_1 \hat{v} + \frac{\partial \hat{p}}{\partial y} - \frac{Gr}{Re^2} \hat{T} = 0, \quad (7)$$

$$\left(ik(U - c) - \frac{1}{Pr Re} \nabla_1^2 \right) \hat{T} = 0, \quad (8)$$

と表わされる。ただし $L_1 = \left(ik(U - c) - \frac{1}{Re} \nabla_1^2 \right)$, $\nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2$ である。Re は有次元チャンネル中心速度および半幅で表わされたレイノルズ数、Gr は有次元温度振幅で表したグラスホフ数、Pr はプラントル数である。本研究ではそれぞれ、 $Re = 2000$, $Gr = 3.87 \times 10^5$, $Pr = 0.71$ に設定した。速度境界条件は滑りなし条件 ($u' = v' = 0$ at $y = \pm 1$)、温度境界条件は式 (2) をフーリエ変換した、

$$\hat{T}_{w\pm} = \mp 1 \quad (9)$$

で与える。

温度攪乱はパッシブスカラーであるため速度場とは独立に解ける。式 (8) は線形なので

$$A_1 \hat{T} = b_1 \quad (10)$$

であらわされる。ここで A_1 はチェビシェフ微分行列を用いて構成された行列⁽⁸⁾、 \hat{T} はチェビシェフ選点で離散化された \hat{T} 、 b_1 はフーリエ変換された境界条件 (式 (2)) を含むベクトルである。式 (10) の解は $\hat{T} = A_1^{-1} b_1$ により求まる。

式 (5)-式 (7) についても線形であるから、同様にチェビシェフ選点を用いて行列的に表せば

$$A \hat{q} = b \quad (11)$$

となる。A はシステム行列、 \hat{q} はチェビシェフ選点で離散化されたフーリエ係数のベクトル ($\hat{q} = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{p})^T$)、b は式 (7) において浮力項を右辺に移項し、式 (10) で求めた \hat{T} を代入したベクトルである。定常解は $\hat{q} = A^{-1} b$ により求められ、各成分の変動値 u', v', p', T' はこれらの定常解を逆フーリエ変換により計算される。そして、式 (1) を用いることで、非線形効果である摩擦抵抗低減効果 ΔD を予測することができる。

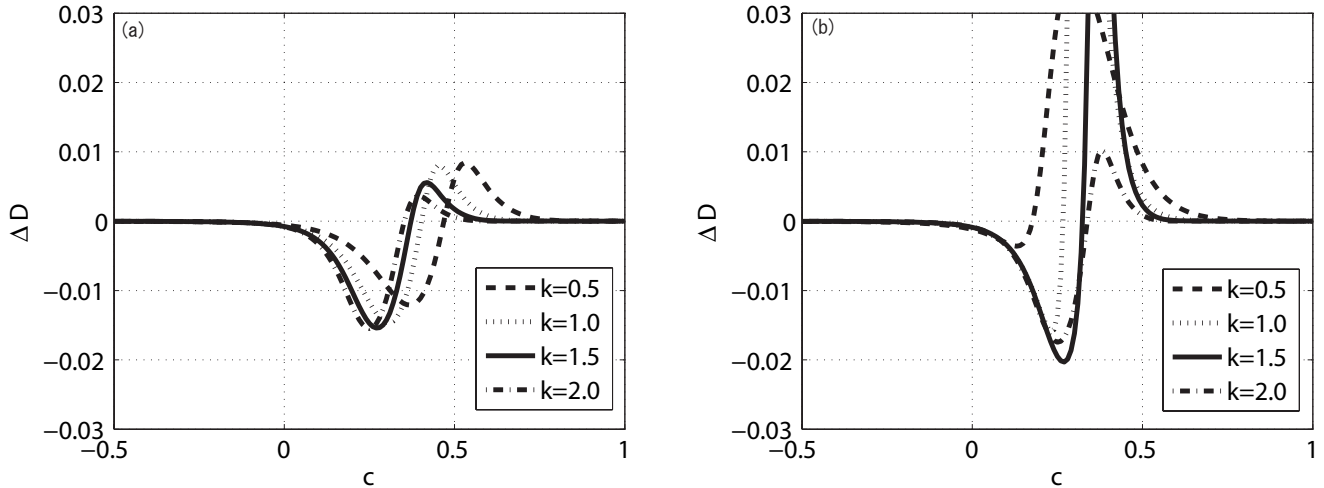


Fig. 3 Drag increment, ΔD , by the travelling wave-like surface heating/cooling as a function of wavespeed, c ; (a) varicose mode, (b) sinuous mode.

3. 解析結果

3.1 吹出し・吸込みの場合

本解析で行った手法の妥当性を検討するため, Min et al.⁽⁶⁾ が行った進行波状吹出し・吸込みによる制御を再現した. 彼らは壁面での速度を

$$v_{w\pm}^* = \mp a \cos(k(x^* - ct^*)) \quad (12)$$

と与えた. ここで a は振幅である. 支配方程式は式 (5)-式 (7) であるが, 外力項は無視される. Figure 2 に進行波状吹出し・吸込みの位相速度 c と ΔD の関係を示す. 本研究による計算結果と Min et al. の計算結果には非常に良い一致が見られた. Figure 2(a) では上流への進行波による摩擦抵抗低減が確認され, 一方で Fig. 2(b) では下流への進行波が摩擦抵抗を大きく増加させていることがわかった.

3.2 加熱・冷却の場合

Figure 3(a) に varicose モードの進行波状加熱・冷却による ΔD を示す. ここで, ΔD が最小値をとったのは $k = 1.5, c = 0.27$ の進行波であった. この $k = 1.5$ の進行波では下流方向への進

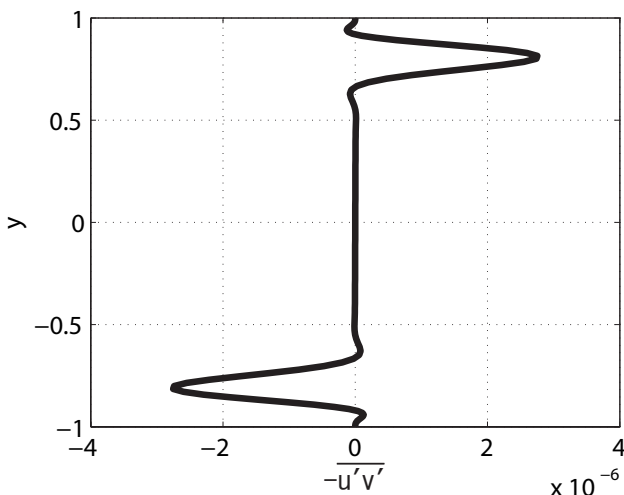


Fig. 4 The Reynolds shear stress distribution with the varicose mode traveling wave-like surface heating/cooling for $k = 1.5$ and $c = 0.27$.

行波 ($-0.1 < c < 0.38$) により摩擦抵抗低減が確認された. 一方で, $0.38 < c < 0.64$ であれば, 摩擦抵抗が増加することもわかった. また, $c < -0.1$ および $c > 0.64$ となる進行波は ΔD にほとんど寄与しないこともわかる. Figure 3(b) には, sinuous モードの進行波状加熱・冷却による ΔD を示す. この場合でも, 加熱・冷却の下流方向進行波により摩擦抵抗低減が達成された. たとえば波数 $k = 1.5$ において, $-0.2 < c < 0.32$ で $\Delta D < 0$ となっている. 一方で, $0.32 < c < 0.6$ で ΔD が大きく増幅することもわかった.

Figure 4 に, ΔD が最小値をとる varicose モードの進行波状加熱・冷却 ($k = 1.5, c = 0.27$) によるレイノルズせん断応力 ($-u'v'$) の分布を示す. 下壁面および上壁面付近で, 負および正の値をそれぞれとっていることがわかる. 摩擦抵抗低減効果はレイノルズせん断応力の y 方向重み付き積分 (式 (1)) で計算されるためこの場合では $\Delta D < 0$ となる.

Figure 5 に攪乱場を示す. 進行波状加熱・冷却によって温度攪乱 (T') が生じる (Fig. 5(a)). これにより浮力が発生し, y 方向速度攪乱 (v') が生じる (Fig. 5(b)). すなわち $T' > 0$ と取る領域では, $v' > 0$ となる. x 方向速度攪乱 (u') も, 一連のシステムにตอบสนองして生じる (Fig. 5(c)). ここで, 壁面付近において u' に位相進みが発生するため, u' と v' が直交関数ではなくなる. したがって, $-u'v'$ が壁面付近で値を持ち, Fig. 4 の分布を与えたと考えられる. Figure 5(d) に $-u'v'$ の分布を示した. 反対称分布をしているのは, varicose モードの進行波状加熱・冷却を与えたためと考えられる. 下壁面付近および上壁面では, 強い周期的なパターンがみられるが, それぞれ負の値, 正の値をとる領域が大きいため, Fig. 4 におけるレイノルズせん断応力に強く寄与している.

4. 結論

本研究では, 二次元平行平板間流において, 摩擦抵抗低減を狙った進行波状加熱・冷却による制御の効果を線形解析で予測し, 以下の知見を得た.

- 下流方向進行波状加熱・冷却により, 摩擦抵抗低減が達成される. ただし, 位相速度の大きさによっては摩擦抵抗が増加する.
- 摩擦抵抗低減は下壁面および上壁面付近でレイノルズせん断応力が負および正の値をそれぞれとったことによる. これは進行波状加熱・冷却により流れ場に浮力が生じ, さらに

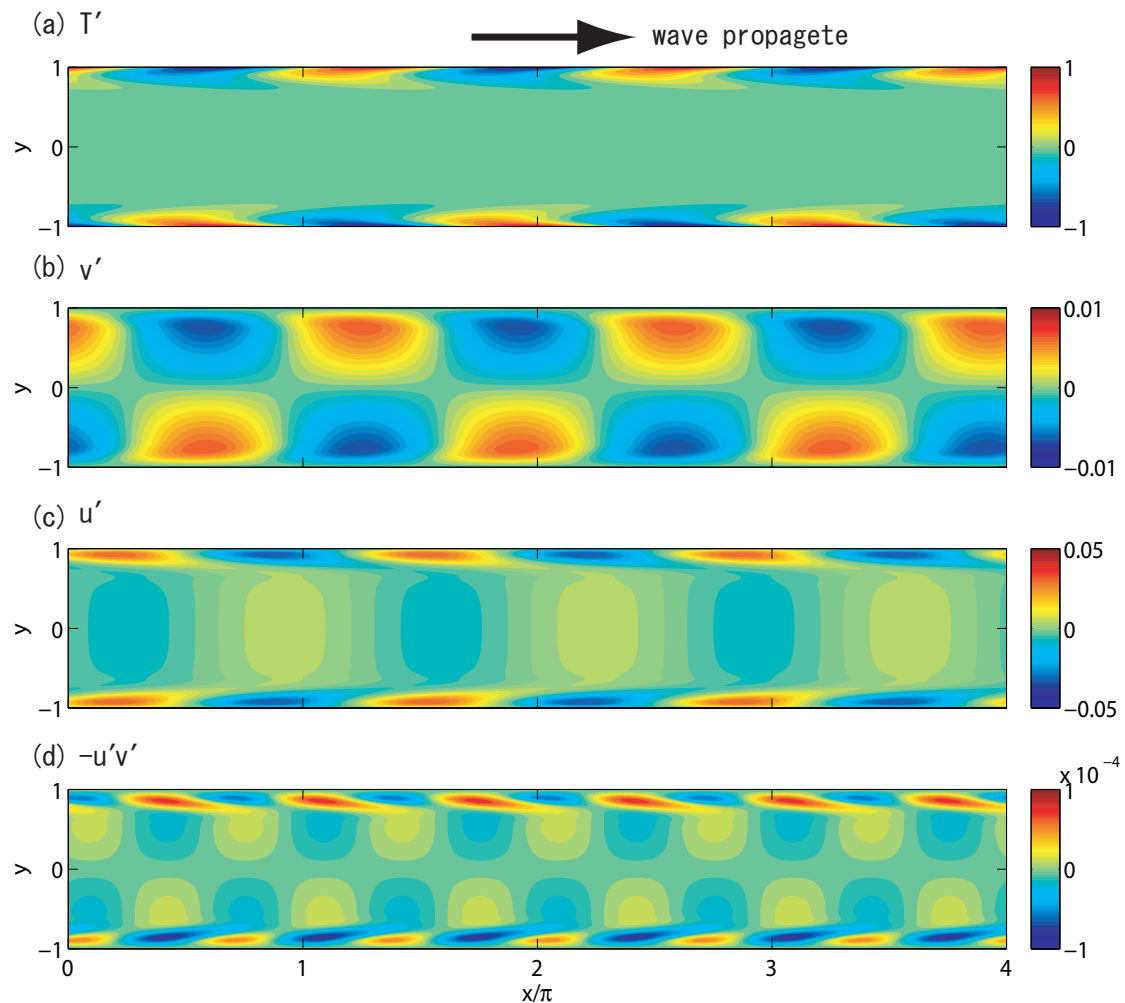


Fig. 5 The contour plots of disturbance with varicose mode traveling wave-like surface heating/cooling for $k = 1.5$ and $c = 0.27$; (a) T' ; (b) v' ; (c) u' ; (d) $-u'v'$.

速度攪乱が誘起されること。また、壁面付近で u' に位相進みが発生し、 u' と v' は直交関数ではなくなることによる。

参考文献

- (1) C. M. White and M. G. Mungal, "Mechanics and Prediction of Turbulent Drag Reduction with Polymer Additives," *Annu. Rev. Fluid Mech* **40** (2008), pp. 235-256.
- (2) T. R. Bewley, P. Moin and R. Temam, "DNS-based predictive control of turbulence: an optimal benchmark for feedback algorithms," *J. Fluid Mech* **447** (2001), pp. 179-225.
- (3) J. Choi, C. Xu and H. J. Sung, "Drag Reduction by Spanwise Wall Oscillation in Wall-Bounded Turbulent Flows," *AIAA J.* **40** (2002), pp. 842.
- (4) M. Gad-el-Hak, "Interactive Control of Turbulent Boundary Layers: A Futuristic Overview," *AIAA J.* **32** (1994), pp. 1753-1765.
- (5) K. Fukagata et al., "Contribution of Reynolds Stress Distribution to the Skin Friction in Wall-Bounded Flows," *Phy. Fluids* **14** (2002), L73-L76.
- (6) T. Min et al., "Sustained Sub-Laminar Drag in a Fully developed channel flow," *J. Fluid Mech.* **558** (2006), pp. 309-318.
- (7) M. R. Jovanovic, R. Moarref and D. You, "Turbulence suppression in channel flows by means of a streamwise traveling wave," Center for Turbulence Research Proceeding of the Summer Program 2006 (2006), pp. 481-494.
- (8) J. A. C. Weidmaman and S. C. Reddy, "A MATLAB differentiation matrix suite," *ACM Transactions on Mathematical Software*, **26**, 4 (2000), pp. 465-519.